

Klasyfikacja modeli zmienności typu GARCH dla stóp zwrotu OFE

Wprowadzenie

Podstawowym celem otwartych funduszy emerytalnych działających na polskim rynku jest gromadzenie i pomnażanie środków zabezpieczających przed ryzykiem starości. W celu kontroli działalności OFE w ustawie została zdefiniowana przeciętna stopa zwrotu grupy OFE, na podstawie której wyznacza się tzw. minimalny zwrot dla funduszy. Wprowadzenie w ustawie minimalnej stopy zwrotu ma chronić członków OFE przed konsekwencjami negatywnych decyzji zarządzających. Natomiast przeciętna stopa zwrotu danego OFE ma za zadanie służyć do oceny efektywności inwestycyjnej funduszu emerytalnego. Członkowie funduszy, na jej podstawie mogą dokonywać wyboru funduszu, monitorować poziom ryzyka i stopień realizacji założonej polityki inwestycyjnej oraz decydować o wysokości swoich dodatkowych oszczędności emerytalnych.

Należy jednak podkreślić, że przeciętna stopa zwrotu tak naprawdę pokazuje tylko chwilowy układ funduszy. Ich kolejność na podstawie stopy zwrotu może ulegać zmianie nawet w ciągu miesiąca. Osoba wybierająca fundusz inaczej może wybrać na podstawie danych z jednego okresu a inaczej na podstawie z innego. Przy obecnych możliwościach (ograniczeniach inwestowania) stopa zwrotu podawana przez KNF ma praktyczne małe znaczenie, gdyż jest to stopa zwrotu z okresu trzech lat przy inwestycji ok. 40 lat. Również nie ma gwarancji, że w danej chwili najlepszy fundusz za chwilę nie będzie najgorszy. Obecnie to właściwie jest regułą, że jeżeli jakiś fundusz był najlepszy to za chwilę będzie najgorszy, wystarczy popatrzyć np. na roczne stopy zwrotu z 10 lat.

Ponadto przeciętna stopa zwrotu zawiera tylko informacje z rynku OFE, nie uwzględnia ona elementów zewnętrznych, takich jak inflacja, sytuacja na rynku finansowym. Powoduje to ocenę danego funduszu w odniesieniu do innych funduszy, przy braku możliwości porównania z innymi podmio-

tami zarządzającymi kapitałem oraz braku odniesienia do sytuacji na rynku finansowym. Dlatego część prac z zakresu problematyki OFE proponuje do oceny efektywności zastosowanie miar uwzględniających ryzyko rynku (inwestycyjne) (miary Treynora, Jensena, czy Sharpe'a).

W artykule zostanie dokonana ocena efektywności OFE. Ich efektywność inwestycyjna będzie mierzona ryzykiem, które jest utożsamiane ze zmiennością szeregu stóp zwrotu poszczególnych OFE. Zatem aby ocenić, czy dwa szeregi charakteryzują się identycznym ryzykiem należałoby sprawdzić czy procesy generujące zmienność mają identyczne parametry (jeśli założymy, że są takiej samej klasy, np. GARCH(1,1)). Do weryfikacji hipotezy o identyczności parametrów zostanie w artykule wykorzystana statystyka Walda. Następnie dokonane zostanie pogrupowanie szeregów (OFE) ze względu na ryzyko. W tym celu zostanie wykorzystany dystans pomiędzy modelami charakteryzującymi stopy zwrotu poszczególnych funduszy OFE. Przy założeniu, że warunkowa wariancja stóp zwrotu może być właściwie opisywana przy pomocy modeli typu GARCH, porównaniu podlegać będzie podobieństwo modeli zmienności (wzorców zmienności) poszczególnych szeregów stóp zwrotu. Parametry modeli GARCH określają warunkową i bezwarunkową zmienność stóp zwrotu. Innymi słowy, podobne modele GARCH reprezentują podobne zachowanie zmienności a więc podobne ryzyko inwestycyjne.

Punktem odniesienia dla porównań będą ryzykowne instrumenty finansowe takie jak: indeksy giełdowe. Na tej podstawie zostanie wskazana grupa funduszy, które charakteryzują się podobną zmiennością (podobnym ryzykiem). Analiza OFE zostanie przeprowadzona dla lat 2001–2008.

Artykuł ten jest kontynuacją badań autorów dotyczących klasyfikacji OFE z wykorzystaniem procesów GARCH [Papież, Śmiech 2010].

1. Dystans między procesami GARCH (1,1)

Niniejsza część artykułu będzie poświęcona przedstawieniu koncepcji odległości pomiędzy najczęściej wykorzystywanymi modelami charakteryzującymi zmienność instrumentów finansowych – modelami GARCH. Odległość mierzona pomiędzy modelami procesów stochastycznych wprowadził do literatury ekonometrycznej [Piccolo 1990], który zaproponował odległość między procesami typu ARMA. Uogólnienie zaproponowanej miary odległości na klasę procesów typu GARCH wynika z faktu, (że przy pewnych założeniach) kwadraty błędów w tych procesach mogą być przedstawione w postaci modeli ARMA. Szczegóły rozważań na ten temat, a także przegląd metod dla uogólnionych procesów GARCH (np. *igarch*, *threshold garch*) można znaleźć w pracach [Otranto, Trudda, 2007, Otranto 2008].

W związku z tym, że obszar rozważanych w empirycznej części modeli zmienności ogranicza się do modeli typu GARCH(1,1) poniżej znajdą się

wzory prowadzące do wyznaczenia dystansu pomiędzy dwoma tego typu procesami. Załóżmy, że dysponujemy realizacjami dwóch szeregów czasowych:

$$\begin{aligned} y_{1,t} &= \gamma_1 + \varepsilon_{1,t} \\ y_{2,t} &= \gamma_2 + \varepsilon_{2,t}, \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie: $\varepsilon_{1,t}$, $\varepsilon_{2,t}$ są niezależnymi, heteroskedastycznymi procesami o zerowej średniej. Zakładamy dalej, że warunkowa wariancja procesów $h_{1,t}$, $h_{2,t}$ jest modelowana przez dwa niezależne procesy GARCH(1,1) tj.:

$$\begin{aligned} \text{Var}(y_{1,t} | I_{1,t-1}) &= h_{1,t} = \gamma_1 + \alpha_1 \varepsilon_{1,t-1}^2 + \beta_1 h_{1,t-1}^2, \\ \text{Var}(y_{2,t} | I_{2,t-1}) &= h_{2,t} = \gamma_2 + \alpha_2 \varepsilon_{2,t-1}^2 + \beta_2 h_{2,t-1}^2, \end{aligned} \quad (2)$$

gdzie: $I_{i,t-1}$ (dla $i=1, 2$) oznacza informację dostępną w chwili $t-1$.

Dalej zakładamy, że: $\gamma_i > 0$, $0 < \alpha_i < 1$, $0 < \beta_i < 1$, $(\alpha_i + \beta_i) < 1$ ($i=1, 2$).

Dodając do obu stron równań (2) kwadrat błędu $\varepsilon_{i,t}^2$ i dalej wyznaczając go z powstałego równania otrzymamy po stosownych przekształceniach zależność charakterystyczną dla procesu ARMA(1,1), która przyjmuje postać:

$$\varepsilon_{i,t}^2 = \gamma_i + (\alpha_i + \beta_i) \varepsilon_{1,t-1}^2 - \beta_i (\varepsilon_{1,t-1}^2 - h_{1,t-1}) + (\varepsilon_{1,t}^2 - h_{1,t}) \quad (i=1, 2) \quad (3)$$

Zaburzeniem losowym w równaniu (3) jest proces $\varepsilon_{1,t-1}^2 - h_{1,t-1}$, który ma zerową średnią i nie jest skorelowany ze swoją przeszłością [Otranto 2004]. W celu porównania pary procesów, zapisuje się je w postaci¹ AR(∞):

$$\varepsilon_{i,t}^2 = \frac{\gamma_i}{1 - \beta_i} + \alpha_i \sum_{j=1}^{\infty} \beta_i^{j-1} \varepsilon_{i,t-j}^2 + (\varepsilon_{i,t}^2 - h_{i,t}) \quad (4)$$

i wyznacza odległość euklidesową d pomiędzy parametrami procesów dla kolejnych opóźnień:

$$d = \left[\sum_{j=1}^{\infty} (\alpha_1 \beta_1^j - \alpha_2 \beta_2^j)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

Po podniesieniu do kwadratu i zastosowaniu wzoru na sumę szeregu geometrycznego odległość d można zapisać następująco:

$$d = \left[\frac{\alpha_1^2}{1 - \beta_1^2} + \frac{2\alpha_1\alpha_2}{1 - \beta_1\beta_2} - \frac{\alpha_2^2}{1 - \beta_2^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

¹ Wymagana jest odwracalność procesów.

Podobieństwo dwóch procesów (mała wartość odległości d) oznacza, że mają one podobną dynamikę zmienności. W podobny sposób warunkowa wariancja zależy od wcześniejszego impulsu oraz poprzedniej warunkowej wariancji. Predykcja warunkowej zmienności przebiega podobnie. Sam poziom zmienności (ryzyko), który od dołu jest ograniczony dodatnią wartością $\frac{\gamma_i}{1 - \beta_i}$, nie jest tutaj brany pod uwagę.

Wyznaczenie odległości pomiędzy parami procesów może być wykorzystywane do grupowania ich w jednorodne ze względu na dynamikę warunkowej zmienności klasy.

Ryzyko jest utożsamiane ze zmiennością szeregu, zatem aby ocenić, czy dwa szeregi charakteryzują się identycznym ryzykiem należałoby sprawdzić czy procesy generujące zmienność mają identyczne parametry (jeśli założymy, że są takiej samej klasy, tutaj GARCH(1,1)). Hipotezy testu muszą odnosić się do równości trzech parametrów równania (2). Zatem powiemy, że dwa szeregi są generowane przez procesy z tej samej klasy, jeśli spełniona jest następująca hipoteza zerowa:

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2, \beta_1 = \beta_2, \gamma_1 = \gamma_2 .$$

Przy powyższych oznaczeniach rozważa się statystykę W (statystyka Walda) [Otrando, Sybillo 2008, str. 193]:

$$W = (A\hat{\Theta})^T (A\hat{\Lambda}A)^{-1} (A\hat{\Theta}), \quad (7)$$

gdzie: $\hat{\Theta}$ to oszacowane metodą największej wiarygodności parametry $\Theta = (\alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$, A jest macierzą wymiaru 3×6 , składającą się z dwóch macierzy jednostkowych I_3 wymiaru 3×3 zapisanych następująco $A = [I_3, -I_3]$, $\hat{\Lambda}$ – jest blokową macierzą (6×6), mającą na przekątnej oszacowane, odporne macierze kowariancji parametrów procesów (wymiarów 3×3).

Jeżeli prawdziwa jest hipoteza zerowa, statystyka Walda ma rozkład χ^2 z trzema stopniami swobody.

Oczywiście jeżeli uznamy, budując test dla trzech parametrów, że dwa szeregi mają taką samą zmienność (równość trzech parametrów), stwierdzimy automatycznie, że mają identyczną dynamikę zmienności (równość dwóch parametrów procesu generującego szereg). Grupowanie szeregów pod względem zmienności dynamiki, czyli równości dwóch parametrów zostało przeprowadzone w artykule [Papież, Śmiech 2010]. Procedura grupowania szeregów przebiega w następujący sposób: [Otrando, Trudda, 2007 s. 193]

1. Wybór szeregu benchmarkowego².

² Można proponować różne procesy benchmarkowe aby ocenić jak ewentualnie zmienia się skład poszczególnych grup.

2. Wybór szeregów, które mają zerową odległość od benchmarku. Tworzą one pierwszą grupę i nie biorą udziału w dalszym grupowaniu.
3. Wybór z pośród pozostałych szeregów tego, który ma najmniejszą odległość od benchmarku. Powyższy szereg stanowi nowy benchmark.
4. Badając odległość od nowego benchmarku ustala się które szeregi są nieistotnie od niego odległe. Wybrane szeregi tworzą drugie skupisko.
5. Do pozostałych szeregów stosuje się ponownie kroki 3 i 4 tak długo, aż nie zostanie żaden szereg.

Zaproponowana procedura grupowania nie wymaga określenia a priori liczby grup. Liczba skupisk i ich skład są tworzone automatycznie.

2. Klasyfikacja OFE – wyniki badań

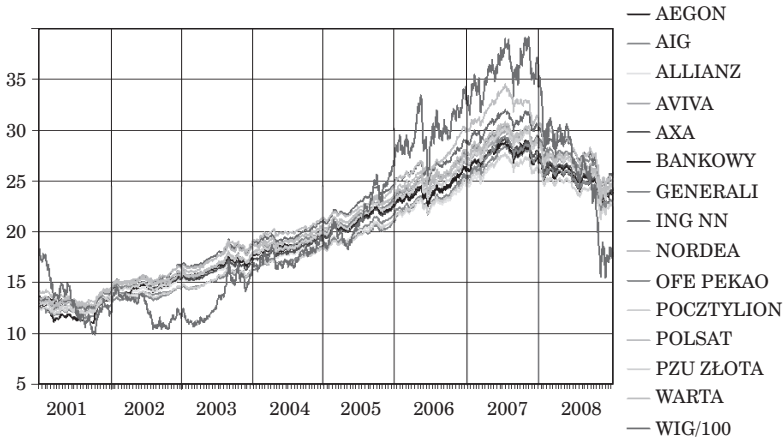
Do badania wybrano wszystkie działające na polskim rynku otwarte fundusze emerytalne takie jak: AEGON OFE, AIG OFE, Allianz Polska OFE, Aviva OFE, AXA OFE; Bankowy OFE, Generali OFE, ING OFE, Nordea OFE, Pekao OFE, OFE Pocztylion, OFE Polsat, OFE PZU „Złota Jesień”, OFE WARTA³. Jako punkt odniesienia do porównań wybrano WIG, który ma reprezentować ryzykowne instrumenty finansowe. Analizę przeprowadzono dla stóp zwrotu na danych dziennych w latach 2001–2008 oraz dla poszczególnych podokresów: 2001–2005, 2002–2006, 2003–2007, 2004–2008. Podokresy zostały tak dobrane, aby można było prześledzić czy ulegały zmianie wzorzec warunkowej zmienności szeregów. (Lata 1999–2000 nie zostały wzięte do badania ze względu na to, że fundusze dopiero wchodziły na rynek oraz posiadały bardzo mało aktywów).

Dla wyznaczonych szeregów czasowych stóp zwrotu wyestymowano wartości parametrów modelu GARCH (1,1) danego wzorem (2) przy użyciu programu GRET. Następnie zbadano, czy dwa szeregi charakteryzują się identycznym ryzykiem, czyli czy procesy generujące zmienność mają identyczne parametry. Do weryfikacji hipotezy o identyczności trzech parametrów wykorzystano statystykę Walda daną wzorem (7).

Tablice 1a-e przedstawiają wartości statystyki Walda dla oszacowanych trzech parametrów modeli GRACH (1,1) w latach 2001-2008 oraz podokresach 2001–2005, 2002–2006, 2003–2007, 2004–2008. Natomiast rysunek 1 przedstawia wartości jednostek otwartych funduszy emerytalnych w latach 2001–2008 oraz wartość WIG/100 (w celu przeskalowania).

³ W 1999 r. zostało utworzonych 21 otwartych funduszy emerytalnych. Od 1999 r. w wyniku przejęcia zarządzania otwartym funduszem lub połączenia powszechnych towarzystw 7 z nich uległo likwidacji. Cztery procesy konsolidacyjne miały miejsce w 2001 r. po jednym w 2002, 2004 i 2008 r. W ich wyniku rynek funduszy emerytalnych ukształtował się na obecnym poziomie 14 podmiotów.

Rysunek 1
**Wartości jednostek otwartych funduszy emerytalnych w latach 2001–2008
 oraz wartość WIG/100 (w celu przeskalowania)**



Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z www.bossa.pl

Następnie wykorzystując miarę odległości zdefiniowaną wzorem (6) wyznaczono dystans pomiędzy modelami charakteryzującymi warunkową zmienność stop zwrotu poszczególnych funduszy OFE. Wartości odległości pomiędzy parami procesów dla oszacowanych trzech parametrów w analizowanych latach wraz z zaznaczonymi (pogrubionymi) wartościami odległości istotnymi statystycznie (na podstawie wartości statystyki Walda) znajdują się w tablicach 2a-2e. Z kolei stosując przedstawioną w artykule procedurę dokonano pogrupowania OFE ze względu na podobieństwo zmienności (wzorców zmienności) poszczególnych szeregów stóp zwrotu. Jako szereg benchmarkowy wybrano WIG. Tablica 3 przedstawia grupy otwartych funduszy emerytalnych, które charakteryzują się podobną zmiennością (podobnym ryzykiem) w analizowanych okresach.

Tabela 1a
Wartości statystyki Walda dla oszacowanych trzech parametrów
modeli GRACH (1,1) w latach 2001–2005

	AEGON	AIG	Allianz	Aviva	AXA	Banko- wy	Gene- rali	ING	Nor- dea	Pekao	Poczty- lion	Polsat	PZU	WARTA	WIG
AEGON	0,00	0,71	3,31	0,40	0,19	14,18	0,94	0,87	0,11	9,62	0,29	8,32	0,41	0,22	7,60
AIG	0,71	0,00	2,74	1,17	0,16	22,04	1,59	2,30	0,83	10,53	1,62	5,28	1,49	0,67	12,08
Allianz	3,31	2,74	0,00	2,62	2,89	19,63	3,57	4,87	3,12	5,29	3,69	3,07	5,32	3,11	10,98
Aviva	0,40	1,17	2,62	0,00	0,68	12,10	0,32	0,56	0,13	7,52	0,19	7,68	0,87	0,17	6,05
AXA	0,19	0,16	2,89	0,68	0,00	13,61	1,12	1,29	0,31	9,52	0,80	6,30	0,62	0,31	8,49
Banko- wy	14,18	22,04	19,63	12,10	13,61	0,00	7,69	12,84	13,79	10,36	9,46	33,92	8,52	9,79	6,75
Generali	0,94	1,59	3,57	0,32	1,12	7,69	0,00	0,22	0,45	5,88	0,54	7,50	0,83	0,35	4,50
ING	0,87	2,30	4,87	0,56	1,29	12,84	0,22	0,00	0,49	8,80	0,46	11,12	0,41	0,46	6,30
Nordea	0,11	0,83	3,12	0,13	0,31	13,79	0,45	0,49	0,00	8,38	0,17	8,17	0,40	0,04	7,19
Pekao	9,62	10,53	5,29	7,52	9,52	10,36	5,88	8,80	8,38	0,00	8,93	5,52	9,90	8,46	10,16
Poczty- lion	0,29	1,62	3,69	0,19	0,80	9,46	0,54	0,46	0,17	8,93	0,00	9,54	0,49	0,27	5,37
Polsat	8,32	5,28	3,07	7,68	6,30	33,92	7,50	11,12	8,17	5,52	9,54	0,00	10,35	6,93	22,26
PZU	0,41	1,49	5,32	0,87	0,62	8,52	0,83	0,41	0,40	9,90	0,49	10,35	0,00	0,40	5,71
WARTA	0,22	0,67	3,11	0,17	0,31	9,79	0,35	0,46	0,04	8,46	0,27	6,93	0,40	0,00	6,21
WIG	7,60	12,08	10,98	6,05	8,49	6,75	4,50	6,30	7,19	10,16	5,37	22,26	5,71	6,21	0,00

Uwaga. Pogrubione wartości są istotne statystycznie na poziomie 0,05.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z www.bossa.pl

Tabela 1b
 Wartości statystyki Walda dla oszacowanych trzech parametrów modeli GRACH (1,1) w latach 2002–2006

	AEGON	AIG	Allianz	Aviva	AXA	Ban- kowy	Gene- rali	ING	Nor- dea	Pekao	Poczt- lion	Polsat	PZU	WARTA	WIG
AEGON	0,00	0,05	3,60	0,10	0,29	1,10	0,16	0,90	0,15	4,78	0,26	5,43	0,52	0,37	10,56
AIG	0,05	0,00	4,61	0,26	0,38	0,80	0,17	0,74	0,14	5,69	0,13	6,48	0,28	0,47	10,28
Allianz	3,60	4,61	0,00	2,94	3,64	7,01	4,30	6,09	4,09	1,10	5,56	1,95	6,49	3,80	16,94
Aviva	0,10	0,26	2,94	0,00	0,61	1,56	0,24	0,93	0,13	3,87	0,67	4,76	0,81	0,49	10,11
AXA	0,29	0,38	3,64	0,61	0,00	1,22	0,46	1,72	0,83	5,44	0,28	4,93	1,00	0,26	11,35
Banko- wy	1,10	0,80	7,01	1,56	1,22	0,00	0,72	0,82	1,04	7,48	0,54	7,89	0,27	0,79	5,92
Generali	0,16	0,17	4,30	0,24	0,46	0,72	0,00	0,47	0,19	5,07	0,24	5,92	0,33	0,21	10,46
ING	0,90	0,74	6,09	0,93	1,72	0,82	0,47	0,00	0,48	5,98	0,85	8,07	0,33	1,14	10,65
Nordea	0,15	0,14	4,09	0,13	0,83	1,04	0,19	0,48	0,00	4,58	0,47	6,22	0,35	0,67	10,35
Pekao	4,78	5,69	1,10	3,87	5,44	7,48	5,07	5,98	4,58	0,00	6,73	3,22	6,71	4,79	11,56
Poczt- lion	0,26	0,13	5,56	0,67	0,28	0,54	0,24	0,85	0,47	6,73	0,00	7,13	0,26	0,37	9,84
Polsat	5,43	6,48	1,95	4,76	4,93	7,89	5,92	8,07	6,22	3,22	7,13	0,00	8,38	4,98	18,13
PZU	0,52	0,28	6,49	0,81	1,00	0,27	0,33	0,33	0,35	6,71	0,26	8,38	0,00	0,83	9,55
WARTA	0,37	0,47	3,80	0,49	0,26	0,79	0,21	1,14	0,67	4,79	0,37	4,98	0,83	0,00	10,45
WIG	10,56	10,28	16,94	10,11	11,35	5,92	10,46	10,65	10,35	11,56	9,84	18,13	9,55	10,45	0,00

Uwaga. Pogrubione wartości są istotne statystycznie na poziomie 0,05.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z www.bossa.pl

Tabela 1c
Wartości statystyki Walda dla oszacowanych trzech parametrów modeli GRACH (1,1) w latach 2003–2007

	AEGON	AIG	Allianz	Aviva	AXA	Ban- kowy	Gene- rali	ING	Nor- dea	Pekao	Poczty- lion	Polsat	PZU	WARTA	WIG
AEGON	0,00	0,05	2,28	0,15	0,11	0,26	0,13	0,34	0,09	1,59	0,13	4,50	0,14	0,46	7,73
AIG	0,05	0,00	2,94	0,35	0,09	0,44	0,08	0,23	0,21	2,00	0,03	5,13	0,04	0,46	7,53
Allianz	2,28	2,94	0,00	1,36	2,84	1,51	2,94	3,08	1,65	1,14	3,27	2,19	3,17	2,13	11,47
Aviva	0,15	0,35	1,36	0,00	0,39	0,04	0,36	0,63	0,06	0,89	0,49	3,14	0,47	0,41	8,78
AXA	0,11	0,09	2,84	0,39	0,00	0,49	0,08	0,60	0,36	1,68	0,06	4,79	0,24	0,46	6,80
Banko- wy	0,26	0,44	1,51	0,04	0,49	0,00	0,37	0,71	0,13	0,69	0,54	2,75	0,57	0,27	9,55
Generali	0,13	0,08	2,94	0,36	0,08	0,37	0,00	0,43	0,32	1,59	0,03	4,57	0,17	0,22	8,53
ING	0,34	0,23	3,08	0,63	0,60	0,71	0,43	0,00	0,34	2,59	0,31	5,60	0,09	0,82	8,75
Nordea	0,09	0,21	1,65	0,06	0,36	0,13	0,32	0,34	0,00	1,33	0,36	3,73	0,25	0,51	8,25
Pekao	1,59	2,00	1,14	0,89	1,68	0,69	1,59	2,59	1,33	0,00	2,00	1,04	2,33	0,81	12,12
Poczty- lion	0,13	0,03	3,27	0,49	0,06	0,54	0,03	0,31	0,36	2,00	0,00	5,16	0,08	0,36	7,45
Polsat	4,50	5,13	2,19	3,14	4,79	2,75	4,57	5,60	3,73	1,04	5,16	0,00	5,54	2,96	17,25
PZU	0,14	0,04	3,17	0,47	0,24	0,57	0,17	0,09	0,25	2,33	0,08	5,54	0,00	0,58	8,33
WARTA	0,46	0,46	2,13	0,41	0,46	0,27	0,22	0,82	0,51	0,81	0,36	2,96	0,58	0,00	9,24
WIG	7,73	7,53	11,47	8,78	6,80	9,55	8,53	8,75	8,25	12,12	7,45	17,25	8,33	9,24	0,00

Uwaga. Pogrubione wartości są istotne statystycznie na poziomie 0,05.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z www.bossa.pl

Tabela 1d
Wartości statystyki Walda dla oszacowanych trzech parametrów modeli GRACH (1,1) w latach 2004–2008

	AEGON	AIG	Allianz	Aviva	AXA	Ban- kowy	Gene- rali	ING	Nor- dea	Pekao	Poczty- lion	Polsat	PZU	WARTA	WIG
AEGON	0,00	0,03	1,03	0,07	0,27	0,10	0,14	0,65	0,17	1,34	0,04	3,29	0,27	0,43	12,76
AIG	0,03	0,00	1,40	0,17	0,16	0,19	0,14	0,54	0,28	1,29	0,00	3,75	0,22	0,37	13,03
Allianz	1,03	1,40	0,00	0,71	1,82	0,86	1,48	2,39	0,72	2,59	1,37	1,87	1,85	1,90	11,05
Aviva	0,07	0,17	0,71	0,00	0,60	0,10	0,31	0,70	0,04	1,62	0,19	2,83	0,31	0,61	11,51
AXA	0,27	0,16	1,82	0,60	0,00	0,46	0,16	0,93	0,81	0,75	0,15	4,33	0,60	0,31	12,83
Banko- wy	0,10	0,19	0,86	0,10	0,46	0,00	0,11	1,00	0,24	0,98	0,21	2,41	0,53	0,32	13,40
Generali	0,14	0,14	1,48	0,31	0,16	0,11	0,00	1,06	0,55	0,71	0,14	3,18	0,60	0,18	16,14
ING	0,65	0,54	2,39	0,70	0,93	1,00	1,06	0,00	0,64	2,65	0,51	4,97	0,10	1,04	12,47
Nordea	0,17	0,28	0,72	0,04	0,81	0,24	0,55	0,64	0,00	2,11	0,30	2,91	0,30	0,89	10,58
Pekao	1,34	1,29	2,59	1,62	0,75	0,98	0,71	2,65	2,11	0,00	1,22	2,74	2,07	0,38	19,00
Poczty- lion	0,04	0,00	1,37	0,19	0,15	0,21	0,14	0,51	0,30	1,22	0,00	3,87	0,21	0,32	12,74
Polsat	3,29	3,75	1,87	2,83	4,33	2,41	3,18	4,97	2,91	2,74	3,87	0,00	4,39	2,88	14,60
PZU	0,27	0,22	1,85	0,31	0,60	0,53	0,60	0,10	0,30	2,07	0,21	4,39	0,00	0,69	12,03
WARTA	0,43	0,37	1,90	0,61	0,31	0,32	0,18	1,04	0,89	0,38	0,32	2,88	0,69	0,00	16,11
WIG	12,76	13,03	11,05	11,51	12,83	13,40	16,14	12,47	10,58	19,00	12,74	14,60	12,03	16,11	0,00

Uwaga. Pogrubione wartości są istotne statystycznie na poziomie 0,05.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z www.bossa.pl

Tabela 1e
Wartości statystyki Walda dla oszacowanych trzech parametrów modeli GRACH (1,1) w latach 2001–2008

	AEGON	AIG	Allianz	Aviva	AXA	Bankowy	Generali	ING	Nordea	Pekao	Pocztylion	Polsat	PZU	WARTA	WIG
AEGON	0,00	0,23	3,14	0,33	0,19	1,72	0,83	1,65	0,16	4,19	0,17	6,56	0,64	0,54	14,32
AIG	0,23	0,00	3,08	0,64	0,09	1,34	0,87	2,81	0,58	5,24	0,69	5,04	1,42	0,43	19,25
Allianz	3,14	3,08	0,00	2,59	3,38	2,77	3,85	5,53	3,25	1,20	4,13	3,71	5,24	3,58	15,30
Aviva	0,33	0,64	2,59	0,00	0,77	2,37	0,60	1,01	0,09	2,43	0,39	5,95	0,62	0,55	10,74
AXA	0,19	0,09	3,38	0,77	0,00	1,18	0,79	2,47	0,54	5,08	0,46	5,68	1,06	0,39	16,50
Bankowy	1,72	1,34	2,77	2,37	1,18	0,00	1,38	2,84	2,07	5,15	1,76	4,39	2,00	1,33	17,08
Generali	0,83	0,87	3,85	0,60	0,79	1,38	0,00	0,99	0,54	3,40	0,58	5,53	0,61	0,11	11,56
ING	1,65	2,81	5,53	1,01	2,47	2,84	0,99	0,00	0,94	3,82	0,89	10,74	0,38	1,70	12,03
Nordea	0,16	0,58	3,25	0,09	0,54	2,07	0,54	0,94	0,00	3,25	0,10	7,06	0,30	0,46	12,45
Pekao	4,19	5,24	1,20	2,43	5,08	5,15	3,40	3,82	3,25	0,00	4,05	4,97	4,56	4,62	5,48
Pocztylion	0,17	0,69	4,13	0,39	0,46	1,76	0,58	0,89	0,10	4,05	0,00	8,11	0,15	0,48	11,87
Polsat	6,56	5,04	3,71	5,95	5,68	4,39	5,53	10,74	7,06	4,97	8,11	0,00	9,52	5,25	27,32
PZU	0,64	1,42	5,24	0,62	1,06	2,00	0,61	0,38	0,30	4,56	0,15	9,52	0,00	0,76	12,56
WARTA	0,54	0,43	3,58	0,55	0,39	1,33	0,11	1,70	0,46	4,62	0,48	5,25	0,76	0,00	16,84
WIG	14,32	19,25	15,30	10,74	16,50	17,08	11,56	12,03	12,45	5,48	11,87	27,32	12,56	16,84	0,00

Uwaga. Pogrubione wartości są istotne statystycznie na poziomie 0,05.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z www.bossa.pl

Tabela 2a
Macierz odległości pomiędzy parami procesów dla oszacowanych trzech parametrów w latach 2001-2005

	AEGON	AIG	Allianz	Aviva	AXA	Ban- kowy	Gene- rali	ING	Nor- dea	Pekao	Pocz- tylion	Pol- sat	PZU	WARTA	WIG
AEGON	0,000	0,021	0,049	0,016	0,011	0,099	0,021	0,008	0,008	0,170	0,010	0,097	0,009	0,012	0,035
AIG	0,021	0,000	0,031	0,020	0,011	0,116	0,021	0,026	0,018	0,151	0,029	0,077	0,029	0,014	0,055
Allianz	0,049	0,031	0,000	0,038	0,040	0,144	0,033	0,049	0,042	0,124	0,053	0,055	0,058	0,037	0,080
Aviva	0,016	0,020	0,038	0,000	0,016	0,112	0,006	0,012	0,008	0,160	0,016	0,090	0,024	0,007	0,043
AXA	0,011	0,011	0,040	0,016	0,000	0,107	0,020	0,017	0,011	0,161	0,020	0,087	0,019	0,009	0,045
Banko- wy	0,099	0,116	0,144	0,112	0,107	0,000	0,117	0,101	0,106	0,257	0,097	0,184	0,091	0,110	0,074
Generali	0,021	0,021	0,033	0,006	0,020	0,117	0,000	0,017	0,013	0,156	0,021	0,086	0,030	0,010	0,048
ING	0,008	0,026	0,049	0,012	0,017	0,101	0,017	0,000	0,007	0,171	0,004	0,099	0,014	0,013	0,032
Nordea	0,008	0,018	0,042	0,008	0,011	0,106	0,013	0,007	0,000	0,165	0,011	0,093	0,017	0,006	0,039
Pekao	0,170	0,151	0,124	0,160	0,161	0,257	0,156	0,171	0,165	0,000	0,175	0,075	0,179	0,159	0,200
Poczty- lion	0,010	0,029	0,053	0,016	0,020	0,097	0,021	0,004	0,011	0,175	0,000	0,103	0,012	0,017	0,028
Polsat	0,097	0,077	0,055	0,090	0,057	0,184	0,086	0,099	0,093	0,075	0,103	0,000	0,105	0,087	0,129
PZU	0,009	0,029	0,058	0,024	0,019	0,091	0,030	0,014	0,017	0,179	0,012	0,105	0,000	0,021	0,028
WARTA	0,012	0,014	0,037	0,007	0,009	0,110	0,010	0,013	0,006	0,159	0,017	0,087	0,021	0,000	0,045
WIG	0,035	0,055	0,080	0,043	0,045	0,074	0,048	0,032	0,039	0,200	0,028	0,129	0,028	0,045	0,000

Uwaga. Pogrubione wartości są istotne statystycznie na poziomie 0,05.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z www.bossa.pl

Tabela 2b
Macierz odległości pomiędzy parami procesów dla oszacowanych trzech parametrów w latach 2002-2006

	AEGON	AIG	Allianz	Aviva	AXA	Banko- wy	Gene- rali	ING	Nor- dea	Pekao	Pocz- tylion	Polsat	PZU	WARTA	WIG
AEGON	0,000	0,006	0,040	0,009	0,010	0,039	0,003	0,006	0,006	0,057	0,014	0,089	0,013	0,013	0,031
AIG	0,006	0,000	0,046	0,015	0,012	0,033	0,009	0,007	0,009	0,063	0,008	0,095	0,007	0,018	0,026
Allianz	0,040	0,046	0,000	0,031	0,043	0,079	0,037	0,042	0,039	0,021	0,052	0,052	0,053	0,033	0,069
Aviva	0,009	0,015	0,031	0,000	0,017	0,048	0,007	0,011	0,008	0,047	0,023	0,081	0,022	0,013	0,038
AXA	0,010	0,012	0,043	0,017	0,000	0,039	0,010	0,016	0,017	0,062	0,012	0,088	0,016	0,010	0,036
Banko- wy	0,039	0,033	0,079	0,048	0,039	0,000	0,042	0,037	0,040	0,095	0,028	0,126	0,026	0,049	0,017
Generali	0,003	0,009	0,037	0,007	0,010	0,042	0,000	0,008	0,008	0,054	0,016	0,085	0,016	0,010	0,034
ING	0,006	0,007	0,042	0,011	0,016	0,037	0,008	0,000	0,003	0,058	0,015	0,092	0,012	0,018	0,027
Nordea	0,006	0,009	0,039	0,008	0,017	0,040	0,008	0,003	0,000	0,055	0,018	0,090	0,015	0,018	0,030
Pekao	0,057	0,063	0,021	0,047	0,062	0,095	0,054	0,058	0,055	0,000	0,070	0,047	0,070	0,052	0,083
Poczty- lion	0,014	0,008	0,052	0,023	0,012	0,028	0,016	0,015	0,018	0,070	0,000	0,100	0,007	0,021	0,025
Polsat	0,089	0,095	0,052	0,081	0,088	0,126	0,085	0,092	0,090	0,047	0,100	0,000	0,102	0,079	0,118
PZU	0,013	0,007	0,053	0,022	0,016	0,026	0,016	0,012	0,015	0,070	0,007	0,102	0,000	0,024	0,019
WARTA	0,013	0,018	0,033	0,013	0,010	0,049	0,010	0,018	0,018	0,052	0,021	0,079	0,024	0,000	0,043
WIG	0,031	0,026	0,069	0,038	0,036	0,017	0,034	0,027	0,030	0,083	0,025	0,118	0,019	0,043	0,000

Uwaga. Pogrubione wartości są istotne statystycznie na poziomie 0,05.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z www.bossa.pl

Tabela 2c
Macierz odległości pomiędzy parami procesów dla oszacowanych trzech parametrów w latach 2003-2007

	AEGON	AIG	Allianz	Aviva	AXA	Banko- wy	Gene- rali	ING	Nor- dea	Pekao	Pocz- tylion	Polsat	PZU	WARTA	WIG
AEGON	0,000	0,004	0,037	0,014	0,010	0,021	0,007	0,003	0,010	0,046	0,008	0,094	0,003	0,024	0,040
AIG	0,004	0,000	0,041	0,018	0,005	0,024	0,007	0,007	0,015	0,049	0,004	0,097	0,002	0,026	0,037
Allianz	0,037	0,041	0,000	0,023	0,046	0,018	0,038	0,035	0,027	0,021	0,043	0,061	0,040	0,025	0,077
Aviva	0,014	0,018	0,023	0,000	0,023	0,007	0,015	0,012	0,005	0,033	0,020	0,081	0,017	0,015	0,054
AXA	0,010	0,005	0,046	0,023	0,000	0,029	0,009	0,012	0,020	0,052	0,003	0,101	0,007	0,029	0,033
Banko- wy	0,021	0,024	0,018	0,007	0,029	0,000	0,020	0,019	0,012	0,026	0,026	0,074	0,023	0,011	0,061
Generali	0,007	0,007	0,038	0,015	0,009	0,020	0,000	0,009	0,014	0,043	0,006	0,092	0,007	0,020	0,042
ING	0,003	0,007	0,035	0,012	0,012	0,019	0,009	0,000	0,008	0,044	0,010	0,092	0,005	0,023	0,042
Nordea	0,010	0,015	0,027	0,005	0,020	0,012	0,014	0,008	0,000	0,038	0,017	0,085	0,013	0,019	0,050
Pekao	0,046	0,049	0,021	0,033	0,052	0,026	0,043	0,044	0,038	0,000	0,049	0,049	0,048	0,023	0,085
Poczty- lion	0,008	0,004	0,043	0,020	0,003	0,026	0,006	0,010	0,017	0,049	0,000	0,098	0,005	0,026	0,036
Polsat	0,094	0,097	0,061	0,081	0,101	0,074	0,092	0,092	0,085	0,049	0,098	0,000	0,096	0,072	0,133
PZU	0,003	0,002	0,040	0,017	0,007	0,023	0,007	0,005	0,013	0,048	0,005	0,096	0,000	0,026	0,038
WARTA	0,024	0,026	0,025	0,015	0,029	0,011	0,020	0,023	0,019	0,023	0,026	0,072	0,026	0,000	0,062
WIG	0,040	0,037	0,077	0,054	0,033	0,061	0,042	0,042	0,050	0,085	0,036	0,133	0,038	0,062	0,000

Uwaga. Pogrubione wartości są istotne statystycznie na poziomie 0,05.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z www.bossa.pl

Tabela 2d
Macierz odległości pomiędzy parami procesów dla oszacowanych trzech parametrów w latach 2004-2008

	AEGON	AIG	Allianz	Aviva	AXA	Ban- kowy	Gene- rali	ING	Nor- dea	Pekao	Pocz- tylion	Pol- sat	PZU	WARTA	WIG
AEGON	0,000	0,003	0,012	0,006	0,012	0,012	0,009	0,005	0,009	0,035	0,003	0,072	0,003	0,021	0,047
AIG	0,003	0,000	0,015	0,010	0,009	0,015	0,010	0,004	0,011	0,035	0,000	0,075	0,005	0,022	0,047
Allianz	0,012	0,015	0,000	0,005	0,023	0,011	0,016	0,014	0,005	0,037	0,015	0,067	0,011	0,023	0,049
Aviva	0,006	0,010	0,005	0,000	0,018	0,009	0,011	0,010	0,004	0,035	0,010	0,068	0,007	0,020	0,049
AXA	0,012	0,009	0,023	0,018	0,000	0,020	0,013	0,012	0,020	0,034	0,008	0,078	0,013	0,023	0,050
Banko- wy	0,012	0,015	0,011	0,009	0,020	0,000	0,008	0,017	0,013	0,026	0,015	0,060	0,014	0,012	0,058
Generali	0,009	0,010	0,016	0,011	0,013	0,008	0,000	0,014	0,015	0,025	0,010	0,066	0,012	0,012	0,056
ING	0,005	0,004	0,014	0,010	0,012	0,017	0,014	0,000	0,010	0,039	0,005	0,077	0,003	0,026	0,043
Nordea	0,009	0,011	0,005	0,004	0,020	0,013	0,015	0,010	0,000	0,039	0,012	0,071	0,007	0,025	0,045
Pekao	0,035	0,035	0,037	0,035	0,034	0,026	0,025	0,039	0,039	0,000	0,035	0,049	0,037	0,014	0,081
Poczty- lion	0,003	0,000	0,015	0,010	0,008	0,015	0,010	0,005	0,012	0,035	0,000	0,075	0,005	0,022	0,047
Polsat	0,072	0,075	0,067	0,068	0,078	0,060	0,066	0,077	0,071	0,049	0,075	0,000	0,074	0,055	0,115
PZU	0,003	0,005	0,011	0,007	0,013	0,014	0,012	0,003	0,007	0,037	0,005	0,074	0,000	0,024	0,045
WARTA	0,021	0,022	0,023	0,020	0,023	0,012	0,012	0,026	0,025	0,014	0,022	0,055	0,024	0,000	0,068
WIG	0,047	0,047	0,049	0,049	0,050	0,058	0,056	0,043	0,045	0,081	0,047	0,115	0,045	0,068	0,000

Uwaga. Pogrubione wartości są istotne statystycznie na poziomie 0,05.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z www.bossa.pl

Tabela 2e
Macierz odległości pomiędzy parami procesów dla oszacowanych trzech parametrów w latach 2001-2008

	AEGON	AIG	Allianz	Aviva	AXA	Banko- wy	Gene- rali	ING	Nor- dea	Pekao	Poczty- lion	Polsat	PZU	WARTA	WIG
AEGON	0,000	0,013	0,030	0,011	0,010	0,042	0,023	0,008	0,005	0,038	0,005	0,087	0,006	0,019	0,044
AIG	0,013	0,000	0,022	0,013	0,006	0,045	0,011	0,020	0,013	0,040	0,017	0,075	0,019	0,007	0,056
Allianz	0,030	0,022	0,000	0,020	0,028	0,067	0,017	0,032	0,027	0,028	0,034	0,065	0,035	0,019	0,065
Aviva	0,011	0,013	0,020	0,000	0,015	0,052	0,020	0,012	0,007	0,028	0,014	0,082	0,015	0,018	0,047
AXA	0,010	0,006	0,028	0,015	0,000	0,039	0,016	0,018	0,012	0,043	0,013	0,080	0,015	0,012	0,053
Banko- wy	0,042	0,045	0,067	0,052	0,039	0,000	0,052	0,047	0,046	0,079	0,040	0,105	0,041	0,049	0,064
Generali	0,023	0,011	0,017	0,020	0,016	0,052	0,000	0,030	0,023	0,042	0,028	0,064	0,029	0,004	0,066
ING	0,008	0,020	0,032	0,012	0,018	0,047	0,030	0,000	0,007	0,034	0,006	0,093	0,006	0,026	0,036
Nordea	0,005	0,013	0,027	0,007	0,012	0,046	0,023	0,007	0,000	0,033	0,008	0,086	0,008	0,019	0,043
Pekao	0,038	0,040	0,028	0,028	0,043	0,079	0,042	0,034	0,033	0,000	0,040	0,089	0,039	0,041	0,051
Poczty- lion	0,005	0,017	0,034	0,014	0,013	0,040	0,028	0,006	0,008	0,040	0,000	0,092	0,002	0,024	0,040
Polsat	0,087	0,075	0,065	0,082	0,080	0,105	0,064	0,093	0,086	0,089	0,092	0,000	0,093	0,068	0,127
PZU	0,006	0,019	0,035	0,015	0,015	0,041	0,029	0,006	0,008	0,039	0,002	0,093	0,000	0,025	0,038
WARTA	0,019	0,007	0,019	0,018	0,012	0,049	0,004	0,026	0,019	0,041	0,024	0,068	0,025	0,000	0,062
WIG	0,044	0,056	0,065	0,047	0,053	0,064	0,066	0,036	0,043	0,051	0,040	0,127	0,038	0,062	0,000

Uwaga. Pogrubione wartości są istotne statystycznie na poziomie 0,05.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z www.bossa.pl

Tabela 3

Klasyfikacja OFE ze względu na podobieństwo zmienności (dwa szeregi mają taką samą zmienność, czyli trzy parametry procesu generującego szereg są równe) poszczególnych szeregów stóp zwrotu w latach 2001–2008 oraz w podokresach 2001–2005, 2002–2006, 2003–2007, 2004–2008

Grupy	2001–2008	2001–2005	2002–2006	2003–2007	2004–2008
G1	WIG, Pekao	WIG, AEGON, Aviva, Bankowy, Generali, ING, Nordea, Pekao, Pocztalion, PZU “Złota Jesień”, WARTA	WIG, Bankowy,	WIG, AEGON, AIG, AXA, Pocztalion,	WIG
G2	AEGON, AIG, Allianz, Aviva, AXA, Bankowy, Generali, ING, Nordea, Pocztalion, PZU “Złota Jesień”, WARTA	AIG, Allianz, AXA, Polsat	AEGON, AIG, Allianz, Aviva, AXA, Generali, ING, Nordea, Pekao; Pocztalion, PZU “Złota Jesień”, WARTA	Allianz, Aviva, Bankowy, Generali, ING, Nordea, Pekao; Polsat; PZU “Złota Jesień”, WARTA	AEGON, AIG, Allianz, Aviva, AXA, Bankowy, Generali, ING, Nordea, Pekao, Pocztalion, Polsat, PZU “Złota Jesień”, WARTA
G3	Polsat	Pekao	Polsat		

Źródło: Opracowanie własne

Przeprowadzona analiza OFE pod względem warunkowej zmienności ich stóp zwrotu w latach 2001–2008 oraz podokresach w podokresach 2001–2005, 2002–2006, 2003–2007, 2004–2008 wskazuje, że dla objętych badaniem okresów można wyróżnić dwie grupy lub trzy grupy (lata 2001–2005 oraz 2002–2006 i cały badany okres 2001–2008). Jedną grupę tworzą fundusze emerytalne, które charakteryzują się podobną zmiennością co WIG. W czteroletnich podokresach lat 2001–2008 do grupy, której znajdował się WIG należały różne fundusze a zatem nie można wskazać stałej tendencji. Warto również zwrócić uwagę, że w okresie 2004–2008

wszystkie fundusze należą do jednej grupy a WIG należy do osobnej grupy. Oznacza to, że w tym okresie fundusze prowadziły podobną politykę inwestycyjną, ich stopy zwrotu charakteryzowały się podobną zmiennością ale inną niż zmienność stopy zwrotu WIGu, gdyż trzy parametry procesu generującego szereg są równe. Natomiast analizując cały okres 2001–2008 można wyróżnić trzy grupy. Jedną tworzy WIG i OFE Pekao, drugą Polsat a trzecią pozostałe fundusze. Być może, to że OFE Pekao należy do innej grupy niż pozostałe fundusze (oprócz Polsatu) wynika z działalności funduszu. Fundusz ten w 2001 roku przejął trzy działające od 1999 roku otwarte fundusze emerytalne takie jak: OFE EPOKA, Pioneer OFE i OFE Rodzina. Na podstawie klasyfikacji można też twierdzić, że jedynie dość odmienną strategię inwestycyjną ma OFE Polsat. Na koniec 2008 roku w skład portfela inwestycyjnego wchodziło 37,7% akcji (przy 21,4% średniej dla wszystkich OFE) oraz 58,7% obligacji (przy 75,1% średniej dla wszystkich OFE).

Na podstawie wyników badań, dla pozostałych funduszy można wyciągnąć wniosek, że skoro charakteryzują się podobną dynamiką zmienności, to może to oznaczać, że mają podobne do siebie portfele inwestycyjne. W długim okresie czasu powinny uzyskiwać podobne stopy zwrotu. Związane to jest zapewne też z prowadzoną podobną strategią inwestycyjną, która częściowo jest determinowana limitami inwestycyjnymi

3. Analiza podobieństwa zmienności stóp zwrotu OFE w podokresach

W celu uzupełnienia analizy porównawczej OFE pod względem zmienności z wykorzystaniem procesów GARCH zbadano, czy zmienność stóp zwrotu w kolejnych podokresach jest taka sama, a więc, czy w całym analizowanym okresie poszczególne OFE charakteryzują się takim samym ryzykiem. Podobnie jak poprzednio do weryfikacji hipotezy o identyczności trzech parametrów wykorzystano statystykę Walda daną wzorem (7). Wartości statystyki Walda wyznaczono dla analizowanych OFE porównując parametry z podokresu 2001–2005 z 2002–2006; 2003–2007 oraz 2004–2008. Podobnie porównano parametry z podokresu 2002–2006 z podokresem 2003–2007 oraz 2004–2008. I ostatecznie parametry z podokresu 2003–2007 z podokresem 2004–2008. Wartości statystyki Walda dla oszacowanych trzech parametrów modeli GARCH (1,1) stóp zwrotu OFE w analizowanych podokresach przedstawiają tablice 4a–4c.

Analiza wartości statystyki Walda wskazuje, że tylko dla dwóch funduszy: OFE Bankowy, OFE Nordea, OFE Peako, wartość tej statystyki jest istotna statystycznie. Dla pozostałych OFE oraz WIGu wartości sta-

tystyk są nieistotne statystycznie⁴. Oznacza to, że w całym analizowanym okresie 2001–2008 oraz w podokresach dany otwarty fundusz emerytalny charakteryzował się taką samą zmiennością stóp zwrotu, a więc podobnym ryzykiem a zatem podobną polityką inwestycyjną. W wypadku OFE Bankowy różnicę w zmienności stóp zwrotu w porównywanych podokresach 2001–2005 z 2003–2007 oraz z podokresem 2004–2008 można zapewne wytłumaczyć zmianą polityki inwestycyjnej funduszu. OFE Bankowy w latach 2001–2002 trzykrotnie osiągnął mniej niż minimalną stopę zwrotu, w związku z tym zgodnie z ustawą zarządzające nim PTE PKO/Handlowy musiało dopłacić swoim klientom z rachunku rezerwowego, a w konsekwencji zapewne skutkowało zmianą polityki inwestycyjnej. Natomiast w wypadku OFE Nordea w 2005 r. KNUiFE wyraziła zgodę na transakcję przejęcia 100% akcji Sampo PTE S.A. i Sampo Towarzystwo Ubezpieczeń na Życie S.A. przez Nordea Life Holding A/S. Od 2006 r. Sampo PTE S.A. zmieniło nazwę na Nordea PTE S.A. i to może być powodem zmiany polityki inwestycyjnej.

Tabela 4a

Wartości statystyki Walda dla oszacowanych trzech parametrów modeli GARCH (1,1) stóp zwrotu OFE w analizowanych podokresach

	AEGON	AIG	Allianz	Aviva	AXA
2001–2005/2002–2006	0,29	0,41	0,26	0,59	0,44
2001–2005/2003–2007	0,75	0,97	0,48	0,56	0,25
2001–2005/2004–2008	5,05	2,50	3,14	4,93	4,31
2002–2006/2003–2007	0,80	0,85	1,21	0,69	1,05
2002–2006/2004–2008	3,64	4,24	3,51	3,62	3,92
2003–2007/2004–2008	2,36	2,73	2,37	2,05	2,94

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z www.bossa.pl

Tabela 4b

Wartości statystyki Walda dla oszacowanych trzech parametrów modeli GARCH (1,1) stóp zwrotu OFE w analizowanych podokresach.

	Bankowy	Generali	ING	Nordea	Pekao
2001–2005/2002–2006	0,61	1,06	0,51	0,13	3,42
2001–2005/2003–2007	16,60	0,44	0,63	0,63	4,63
2001–2005/2004–2008	31,49	2,85	4,43	9,36	6,82
2002–2006/2003–2007	3,01	0,30	0,66	0,78	2,18
2002–2006/2004–2008	4,71	3,45	3,41	8,64	6,64
2003–2007/2004–2008	1,50	1,90	1,84	6,01	2,19

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z www.bossa.pl

⁴ Z drugiej strony należy zauważyć, że dystans pomiędzy modeli dla kolejnych interwałów rośnie. Być może gdyby można przeprowadzić analizę dla kolejnych okresów wyznaczone odległości byłyby statystycznie istotne.

Tabela 4c

Wartości statystyki Walda dla oszacowanych trzech parametrów modelu GARCH (1,1) stóp zwrotu OFE w analizowanych podokresach

	Pocztynion	Polsat	PZU	WARTA	WIG
2001–2005/2002–2006	1,44	0,02	0,12	0,94	0,74
2001–2005/2003–2007	0,77	1,28	0,81	0,80	0,72
2001–2005/2004–2008	5,23	1,97	4,81	5,08	3,81
2002–2006/2003–2007	0,76	0,95	0,98	0,87	0,05
2002–2006/2004–2008	3,15	1,57	4,78	3,75	2,73
2003–2007/2004–2008	1,63	0,27	2,15	1,48	1,95

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych z www.bossa.pl

Zakończenie

Wyniki badań potwierdzają potrzebę wprowadzenia funduszy o zróżnicowanym profilu ryzyka, który jest jak najbardziej pożądaną zmianą z punktu widzenia członków funduszy emerytalnych. Jednakże sama możliwość zróżnicowania profilu ryzyka funduszy bez dodatkowych zmian limitów inwestycyjnych oraz dodania nowych instrumentów nie wystarczy do istotnego zdywersyfikowania portfela inwestycyjnego w zależności od profilu ryzyka klientów.

Propozycja wprowadzenia funduszy o zróżnicowanym profilu ryzyka, czyli nowelizacji ustawy o organizacji i funkcjonowaniu funduszy emerytalnych, została pod koniec sierpnia 2009 roku wysłana do konsultacji przez Ministerstwo Pracy i Polityki Społecznej. Po wejściu w życie nowych przepisów towarzystwa emerytalne mają zarządzać funduszem emerytalnym o dwóch subfunduszach A i B. Subfundusz A będzie działał tak, jak funkcjonują obecnie OFE. Natomiast subfundusz B będzie bezpiecznie inwestował pieniądze osób, którym niewiele czasu zostało do zakończenia kariery zawodowej (proponowane jest przeniesienie w całości oszczędności na pięć lat przed osiągnięciem wieku emerytalnego. Dla subfunduszu B będą istnieć inne niż dla A limity inwestycyjne i inny benchmark (proponowana jest ubiegłoroczna inflacja).

Bibliografia

- Otranto E., (2004), *Classifying the markets volatility with ARMA distance measures*, „Quaderni di Statistica”, 6, 1–19.
- Otranto E., (2008), *Clustering Heteroskedastic Time Series by Model-Based Procedures*, „Computational Statistics and Data Analysis”, Elsevier, vol. 52(10), 4685–4698.

- Otranto E., Triacca U., (2007), Testing for Equal Predictability of Stationary ARMA Models, „Journal of Applied Statistics, Taylor and Francis Journals”, vol. 34(9), pages 1091–1108.
- Otranto E., Trudda A., (2007), *Classifying the Italian pension funds via GARCH distance*, in: *Mathematical and Statistical Methods for Insurance and Finance*, (Eds. C. Perna, M. Sibillo Eds.), Springer, 189–197.
- Otranto E., Trudda A., (2008), *Evaluating the risk of Pension Funds by Statistical Procedures*, in: *Transition Economies: 21st Century Issues and Challenges* (G.M. Lakatos Ed.), Ch. 7, 189–204, Nova Science Publisher, Hauppauge, NY .
- Papież M., Smiech S. (2010), *Klasyfikacja OFE z wykorzystaniem dystansu GARCH*, [w:] *Inwestycje finansowe a ubezpieczenia tendencje światowe a rynek polski*, (red.) Jajuga K., Ronka-Chmielowiec W., Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław w druku.
- Piccolo D., (1990), *A distance measure for classifying ARIMA models*, „Journal of Time Series Analysis”, 11, 153–164.

Classification of GARCH-type volatility models for rates of return OFE

Summary

The article assesses the effectiveness of OFE, which was defined as a series of rates of return volatility of individual OFEs. To assess whether the two series are characterized by identical risk it was examined whether the processes which generate variation have the same parameters (with the assumption that they are the same class, such as GARCH (1.1)). To verify the hypothesis about the identity of the parameters Wald statistics was used. Then the series characterized by similar volatility were clustered using the distance between the models of particular return volatility of individual OFEs, which allowed to point at the groups of funds of similar dynamics of changes (similar risk). The analysis was conducted for the years 2001–2008.

Key words: agglomerative algorithm, cluster analysis, GARCH models, pension funds, risk profile