

dr Paweł Kliber

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

Przenoszenie się gwałtownych zmian kursów walut w Europie Środkowej i Wschodniej¹

Wprowadzenie

Koniec roku 2008 i początek 2009 przyniosły gwałtowne spadki kursów walut niektórych państw Europy Środkowej i Wschodniej. Spadł znacznie kurs polskiego złotego i węgierskiego forinta, pojawiły się też problemy na Ukrainie, które doprowadziły do deprecjacji ukraińskiej hrywny. W bieżących analizach wydarzenia te przedstawiano często jako kryzys walut całego regionu. Wskazywano, że spadek jednej z walut pociąga za sobą spadki pozostałych. Często też spadki walut kilku krajów miały być powodowane przez wydarzenia ekonomiczne w jednym z państw regionu.

Pojawia się oczywiste pytanie, na ile ta interpretacja jest prawdziwa. Czy kursy walut w krajach regionu rzeczywiście ulegają tak znaczącemu „zarazaniu”? Czy państwa regionu (lub przynajmniej pewna grupa państw) są traktowane przez inwestorów zagranicznych jako pewna całość i w razie pojawienia się pewnych sygnałów w jednym z nich inwestycje finansowe odpływają (lub napływają) z całej grupy? Artykuł stara się dać w pewnym zakresie odpowiedź na te pytania. Głównym zadaniem jakie sobie tu stawiamy jest przedstawienie odpowiedniego materiału empirycznego na wsparcie (lub zanegowanie) tezy o istnieniu powiązań między kursami różnych walut regionu w sytuacji gwałtownych zmian tych kursów.

Jako że interesują nas współzależności ujawniające się podczas gwałtownych zmian – bardzo dużych spadków lub wzrostów kursów badanych walut, więc nie możemy skorzystać z tradycyjnego podejścia opartego na korelacji lub regresji liniowej. Zamiast tego do wykrywania zależności oraz do pomiaru jej siły posłużymy się tzw. współczynnikami korelacji ogonowej. Ich zaletą jest to, że umożliwiają one wykrycie zależności zdarzeń ekstremalnych i jej interpretację niezależnie od tego, jaki rozkład mają badane zmienne losowe.

¹ Artykuł powstał w ramach projektu badawczego MNiSW „Modelowanie polskiego rynku finansowego z wykorzystaniem procesów Levy’ego”, nr N N111 436 534.

Badaniu poddaliśmy kursy 11 walut krajów regionu (Polska, Czechy, Węgry, Estonia, Litwa, Łotwa, Ukraina, Bułgaria, Rosja, Rumunia i Chorwacja) w okresie od stycznia 2004 roku do października 2009 roku. W tym okresie badane państwa stosowały różną politykę kursów walutowych. Niektóre miały politykę kursów płynnych (Polska), inne – stałych lub wręcz powiązały swoją walutę z euro w ramach mechanizmu ERM II (Litwa, Łotwa i Estonia). Jednak nawet w krajach o sztywnych kursach nie zawsze i nie wszędzie udawało się dostatecznie wyeliminować zmienność kursów. Dlatego kraje te też są uwzględniane w dalszej analizie.

1. Współczynniki korelacji ogonowej

Klasyczne miary zależności, takie jak współczynnik korelacji, mają zastosowanie przede wszystkim do zmiennych o rozkładzie normalnym. Skutkiem tego mierzą zależności między zmiennymi przede wszystkim dla głównej części rozkładu – tam, gdzie skupiona jest największa „masa” prawdopodobieństwa. Znacznie mniejszy wpływ na współczynnik korelacji mają zdarzenia ekstremalne – bardzo wysokie lub bardzo niskie realizacje zmiennych. Jednak często zdarzenia ekstremalne dwóch zmiennych są ze sobą powiązane, a fakt może mieć istotne znaczenie praktyczne. Przykładem takiej sytuacji mogą być kryzysy walutowe wybuchające w kilku krajach, jednocześnie bankructwa kilku dużych spółek lub zjawiska katastrofalne dotyczące położone blisko siebie miasta (co powoduje konieczność wypłacania odszkodowań ubezpieczeniowych).

Jedną z metod uwzględnienia zależności między zdarzeniami ekstremalnymi jest zastosowanie odpowiedniej funkcji powiązań². Gaussowska funkcja powiązań (tj. funkcja postaci

$$(1) \quad C(y_1, y_2) = \Phi_\rho(\Phi^{-1}(y_1), \Phi^{-1}(y_2)),$$

gdzie Φ jest jednowymiarową dystrybuantą rozkładu normalnego, a Φ_ρ to dystrybuanta dwuwymiarowego rozkładu normalnego ze współczynnikiem korelacji ρ) nie pozwala na uwzględnienie współzależności ogonów rozkładów – nawet jeżeli rozkłady brzegowe mają grube ogony. Z drugiej strony pewne funkcje powiązań umożliwiają modelowanie współzależności asymptotycznej nawet dla rozkładów o cienkich ogonach, jak rozkład normalny³.

Jedną z miar zależności asymptotycznej dwóch zmiennych X i Y są współczynniki χ oraz $\bar{\chi}$ wprowadzone w artykułach [Ledford, Tawn 1996]

² Ang. *copula*. Zob. np. [Nelsen 2006] lub [Cont, Tankov 2004], rozdz. 5.

³ Zob. [Jondeau, Poon i Rockinger 2007], rozdz. 7.2.3 dla przeglądu możliwości opisu współzależności przy różnych funkcjach powiązań. Przykład użycia funkcji powiązań dla opisu ekstremalnych strat w ubezpieczeniach można znaleźć np. w artykule [Jang 2006].

i [Ledford, Tawn 1997] i zastosowane w finansach w [Poon, Rockinger, Tawn 2004]. Aby wyeliminować wpływ rozkładów brzegowych zmiennych X i Y , współczynniki te definiuje się na przekształconych zmiennych

$$(2) \quad U = F_X(X), V = F_Y(Y)$$

gdzie F_X i F_Y to dystrybuanty odpowiednio X i Y . Zmienne U i V mają rozkład jednostajny na przedziale $[0,1]$. Współczynnik χ , określony wzorem

$$(3) \quad \chi = \lim_{u \rightarrow 1} P(V > u | U > u),$$

przybiera wartości z przedziału $[0,1]$. Jeżeli $\chi=0$, to zmienne są asymptotycznie niezależne. Jeśli zaś $\chi>0$, zmienne są asymptotycznie zależne. Choć wskaźnik χ może służyć zarówno do badania asymptotycznej zależności zmiennych, to jednak w przypadku zmiennych, które są skorelowane, ale nie są asymptotycznie zależne (np. dwuwymiarowa zmienna normalna z niezerowym współczynnikiem korelacji – czyli dwie zmienne normalne połączone gaussowską funkcją powiązań), wskaźnik ten dość wolno zbliża się do zera. Testy asymptotycznej zależności oparte na współczynniku χ charakteryzują się niską mocą. Sam współczynnik lepiej służy raczej jako miara siły asymptotycznej zależności zmiennych, o których skądinąd wiemy, że są powiązane.

Współczynnik $\bar{\chi}$, określony wzorem

$$(4) \quad \bar{\chi} = \lim_{u \rightarrow 1} \frac{2 \ln P(U > u)}{\ln P(V > u, U > u)},$$

przyjmuje wartości z przedziału $[-1, 1]$. Wartość tego współczynnika mówi o współzależności dwóch zmiennych (nie tylko asymptotycznej). W przypadku zmiennych o rozkładzie normalnym jego wartość jest równa współczynnikowi korelacji. Dopiero wartości wskaźnika na poziomie 1 (lub -1 dla przeciwnej współzależności) pozwalają mówić o asymptotycznej zależności zmiennych. Para współczynników $(\chi, \bar{\chi})$ charakteryzuje rodzaj zależności między zmiennymi. Gdy $|\bar{\chi}|=1$, zmienne są asymptotycznie zależne, zaś wielkość χ opisuje siłę tej zależności (natomiast znak współczynnika $\bar{\chi}$ mówi o jej kierunku). Jeżeli zaś $|\bar{\chi}|<1$, to zmienne są asymptotycznie niezależne (a co za tym idzie $\chi=0$). Wielkość $\bar{\chi}$ oznacza wówczas siłę zależności między zmiennymi w głównej części rozkładu⁴.

Aby lepiej zrozumieć znaczenie współczynników χ i $\bar{\chi}$ rozważmy dwa przykłady. Jeżeli dwie zmienne losowe są połączone gaussowską funkcją powiązań, przedstawioną równaniem (1) – jest tak np. dla dwuwymiaro-

⁴ Zob. np. [Coles 2001], roz. 8.4, Jondeau, Poon, Rockinger 2007], roz. 7.2 lub [Poon, Rockinger, Tawn 2004].

wego rozkładu normalnego – wówczas $\chi=0$ i $\bar{\chi}=\rho$, gdzie ρ jest współczynnikiem korelacji w funkcji powiązań (1). Zatem w takiej sytuacji nie ma zależności w ogonach rozkładów (o ile $|\rho| < 1$), zaś współczynnik $\bar{\chi}$ opisuje siłę powiązań w głównej części rozkładu. W istocie współczynnik ten można zastosować do pomiaru korelacji między zmiennymi.

Do modelowania powiązań ogonowych między zmiennymi używa się często funkcji powiązań z rodziny logistycznej, danych wzorami

$$(5) \quad C(y_1, y_2) = \exp[-(y_1^{-\frac{1}{\alpha}} + y_2^{-\frac{1}{\alpha}})^\alpha],$$

z parametrem $\alpha \in (0, 1]$. Parametr α mierzy zależność między zmiennymi: dla $\alpha=1$ zmienne są niezależne, zaś dla $\alpha \rightarrow 0$ zmienne stają się zupełnie zależne (tj. $Y_1=Y_2$). W przypadku takiej funkcji powiązań $\bar{\chi}=1$ i $\chi=2-2^\alpha$, a zatem faktycznie występuje zależność ogonowa, a wskaźnik χ informuje o jej sile. Teoretyczne wartości współczynników χ i $\bar{\chi}$ dla różnych rodzin funkcji powiązań można znaleźć np. w: [Jondeau, Poon, Rockinger], tabela 7.5.

Estymację współczynników χ i $\bar{\chi}$ ze względów numerycznych najlepiej wykonywać nie na danych wyjściowych X, Y , czy przekształconych do rozkładu jednostajnego U, V , ale zastosować transformatę Fréchetą:

$$(6) \quad S = \frac{-1}{\ln F_X(X)}, \quad T = \frac{-1}{\ln F_Y(Y)}.$$

W szacunkach teoretyczne dystrybuanty F_X i F_Y zastępuje się dystrybuantami empirycznymi. Wprowadźmy zmienną $Z=\min(S, T)$. Zmienne S i T mają taki sam rozkład o dystrybuancie $F_S(s)=\exp[-1/s]$, skąd wynika, że

$$(7) \quad P(S > s) = 1 - e^{-\frac{1}{s}} \approx \frac{1}{s}$$

dla odpowiednio dużego s . W [Ledford, Tawn 1996] pokazano, że

$$(8) \quad P(Z > s) = P(S > s, T > s) = L(s)s^{-1/\eta}$$

dla pewnej stałej η , przy czym $L(s)$ jest wolno zmieniającą się funkcją⁵. Wynika stąd, że

$$(9) \quad \bar{\chi} \approx 2\eta - 1$$

dla dostatecznie dużego s . Do szacowania współczynnika $\bar{\chi}$ można zatem wykorzystać estymator Hilla współczynnika kształtu rozkładu wartości ekstremalnych (zob. np. [Coles 2001]).

⁵ Tj. $\lim_{x \rightarrow \infty} L(ax)/L(x)=1$ dla każdego $a>0$.

Obserwacje z_1, \dots, z_n będą obserwacjami zmiennej Z . Przez $z_{(j)}$ oznaczamy j -tą statystykę pozycyjną (tj. $z_{(1)} \leq z_{(2)} \leq \dots \leq z_{(n)}$). Niech $u \in (0, 1)$ będzie liczbą odpowiednio bliską 1. Przez s_u oznaczamy empiryczny kwantyl obserwacji zmiennej Z rzędu u , zaś $k_u = \lfloor nu \rfloor$ ($\lfloor x \rfloor$ oznacza największą liczbę naturalną nie większą od x) niech będzie numerem odpowiedniej statystyki pozycyjnej (zatem $s_u = z_{(k_u)}$). Estymator współczynnika $\bar{\chi}$ dany jest wzorem

$$(10) \quad \hat{\chi} = \frac{2}{n - k_u + 1} \sum_{j=0}^{n-k_u} \ln\left(\frac{z_{(n-j)}}{s}\right) - 1,$$

zaś estymatorem jego wariancji jest

$$(11) \quad D^2(\hat{\chi}) = \frac{(\hat{\chi} + 1)^2}{n - k_u + 1}.$$

Estymator $\hat{\chi}$ ma asymptotycznie rozkład normalny, a zatem istotność współczynnika $\bar{\chi}$ można badać, sprawdzając, czy $\hat{\chi} + 1,96D(\hat{\chi}) \geq 1$ lub $\hat{\chi} + 1,96D(\hat{\chi}) \leq 1$ (przyjmując poziom istotności 0,05). Współczynnik χ można szacować, gdy nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy, że $\bar{\chi} = 1$ (lub $\bar{\chi} = -1$). Odpowiednim estymatorem jest

$$(12) \quad \hat{\chi} = \frac{s_u k_u}{n},$$

zaś jego wariancja wynosi

$$(13) \quad D^2(\hat{\chi}) = \frac{s_u^2 k_u (n - k_u)}{n^3}.$$

W praktyce jedną z największych trudności jest dobór odpowiedniego kwantyla u . W literaturze najczęściej proponuje się kwantyle rzędu 0,9 lub 0,95. Aby sprawdzić poprawność uzyskanych wyników, dobrze jest obliczyć estymatory wskaźników dla różnych kwantyli i sprawdzić stabilność oszacowań.

2. Zależności ogonowe w kursach walut krajów Europy Środkowej i Wschodniej

Badanie dotyczyło kursów walut jedenastu krajów Europy Środkowo-Wschodniej: polskiego złotego (PLN), czeskiej korony (CZK), węgierskiego forinta (HUF), estońskiej korony (EEK), litewskiego lita (LTL), łotewskiego łata (LVL), ukraińskiej hrywny (UAH), bułgarskiego lewa (BGN), rosyjskiego rubla (RUB), rumuńskiego leja (RON) i chorwackiej kuny (HRK). Badaniu poddano kursy tych walut w stosunku do euro. Ostatecznie, w końcowej analizie pominięto Litwę i Estonię – tym państwom udało się doskonale wytłumaczyć wahania kursów swoich walut (w ramach mechanizmu ERM II) podczas kryzysu z przełomu 2008 i 2009 roku. Warto zauważyć, że kurs

łotewskiego łąata, mimo że Łotwa teŹ znajduje się w ERM II, wykazywał wystarczającą zmiennoŹ, by uwzględnic te walutę w badaniach. Dane obejmowały okres od 2 stycznia 2004 do 16 paŹdziernika 2010. Wzięto do badania Źrednie dzienne kursy walut w stosunku do euro podawane przez NBP. Okres badań dobrano tak, aby obejmował gwałtowne spadki kursów badanych walut z końca 2008 roku. Jak się okazuje dane z tego okresu stanowią „ogony” w rozkładach stóp zwrotu badanych walut, a zatem są istotne do szacowania zaleŹnoŹi asymptotycznych.

Estymatory podane w punkcie 2 powinno się stosować, gdy obserwacje pochodzą z próby prostej (choć symulacje pokazują, że wlasnoŹi tych estymatorów są doŹ odporne na zaleŹnoŹi typowe dla danych finansowych, np. heteroskedastycznoŹ⁶). Dlatego ze stóp zwrotu walut naleŹy najpierw usun autokorelacj i efekt ARCH. W danych nie dało się dostrzec autokorelacji, więc przefiltrowano je ze względu na heteroskedastycznoŹ – szacuj odpowiedni model typu GARCH, i bior do dalszych obliczeń reszty z modelu. Tabela 1 zawiera informacje nt. badanych zmiennych. Przedstawiono w niej typ zastosowanego modelu GARCH (podstawowym kryterium doboru modelu było usunięcie heteroskedastycznoŹi, a drugim – kryterium informacyjne Schwarza) oraz dane na temat reszt z modelu – współczynniki skoŹnoŹi, kurtoz oraz wyniki tesu Jarque-Bery (w nawiasie podano teŹ statystykę p dla testu). Wyniki przedstawione w tabeli wskazują wyraŹnie, że rozkład serii nie jest normalny – Źadna z serii nie przeszła testu Jarque-Bery poziomie istotnoŹi 1%. WartoŹci kurtozy wskazują, że rozkłady zmiennych są leptokurtyczne, a zatem zasadne jest rozwaŹenie ich zaleŹnoŹi asymptotycznych.

Dla wszystkich szeregów obliczono statystyki $\hat{\chi}$ i $\hat{\chi}$ oraz ich odchylenia standardowe. Dla sprawdzenia stabilnoŹi wyników do obliczeń stosowano kwantyle z przedziału od 0,85 do 0,99. W badanych zmiennych nie dostrzeŹono odwrotnej zaleŹnoŹi (wszystkie waluty miały tendencj do ruchów w tym samym kierunku), zatem obliczono jedynie współczynniki dla górnych i dolnych ogonów, pomijają współczynniki „mieszane” (współzaleŹnoŹ górnego ogona jednej zmiennej i dolnego ogona drugiej).

Tabela 2 przedstawia oszacowania współczynnika $\bar{\chi}$ dla kwantyla 0,95 dla wszystkich par zmiennych oraz odchylenia standardowe tych estymatorów. Pary, dla których wykryto istotną statystycznie współzaleŹnoŹ zdarzeń ekstremalnych (przy poziomie istotnoŹi 0,05) zostały pogrubione. Jak widać jest 7 takich par dla górnych ogonów rozkładów i 7 dla dolnych ogonów. Wykryto współzaleŹnoŹ międy PLN i CZK, PLN i HUF, CZK i HUF oraz międy LVL i RUB dla ogonów zarówno górnych, jak i dolnych. Dla par HUF/HRK, LVL/HRK oraz UAH/HRK wykryto współzaleŹnoŹi tylko dla górnych ogonów rozkładów (tj. przy aprecjacji walut), natomiast dla par CZK/BGN, HUF/BGN i PLN/BGN wykryto zaleŹnoŹi dla dolnych

⁶ Patrz np. [Quintos, Fan, Phillips 2001].

ogonów (deprecjacja walut). Warto zwrócić uwagę, że testy wskazują na obecność współzależności – i to zarówno dla górnych jak i dolnych ogonów – między walutami wszystkich państw grupy wyszechradzkiej, które nie przyjęły euro (PLN, CZK, HUF).

Tabela 1
Własności badanych szeregów danych

Sze-reg	Model	Skoś-ność	Kurtoza	Statystyka J-B
PLN	GARCH(1,1)	-0,2684	9,0260	2238,74
CZK	GARCH(1,1)	-0,0364	9,9935	2991,96
HUF	GARCH(1,0)	-0,4387	11,8639	4852,91
LVL	ARMA(2,2)-FIEGARCH(2,2)	0,3766	12,8727	5988,44
UAH	GARCH(1,0)	-1,8568	79,0725	354816,63
BGN	GARCH(1,0)	-20,4598	509,5474	15797188,29
RUB	GARCH(2,1)	-0,8385	12,5713	5775,50
RON	GARCH(1,1)	-0,2119	7,2081	478,49
HRK	EGARCH(1,1)	0,7397	15,6991	3105,65

Źródło: Obliczenia własne

W tabeli 3 przedstawiono oszacowania współczynnika χ (wskazującego siłę powiązań w ogonach rozkładów) oraz odchylenia standardowe tych estymatorów dla wszystkich par walut, w których test oparty na współczynniku $\bar{\chi}$ wykazał istnienie takiej zależności (pogrubione pozycje w tabeli 2). Podobnie jak szacunki współczynnika $\bar{\chi}$, obliczenia wykonano dla kwantyli rzędu 0,95. Jak widać, oszacowane wartości współczynników mieściły się w przedziale od 0,1921 do 0,4799, co oznacza zależności o średniej sile. W tabeli widać także, że na ogół silniejsze były zależności w dolnych niż w górnych ogonach rozkładów, co oznacza większe powiązania walut w przypadku dużych spadków ich wartości (kryzysów walutowych) niż w przypadku dużych wzrostów. Należy też zwrócić uwagę na duże wartości współczynników χ dla par, w których jedną z walut jest PLN – dotyczy to zwłaszcza dolnych ogonów. W przypadku pary PLN/HUF współczynnik ten przyjął najwyższą z otrzymanych wartości (0,4799), a w przypadku par PLN/CZK i PLN/BGN był powyżej 0,4.

Wszystkie przedstawione wyniki otrzymane były przy przyjęciu kwantyla rzędu 0,95 (tj. $u=0,95$ we wzorach (10) i (12)). Naturalnie nasuwa się pytania, w jaki sposób wyniki zależą od przyjętego kwantyla. W celu rozstrzygnięcia tej wątpliwości, przeprowadzono analizę wrażliwości wyni-

ków ze względu na rząd kwantyla. Dla wszystkich par walut wyznaczono oszacowania współczynników χ i $\bar{\chi}$ oraz ich odchylenia standardowe dla różnych kwantyli – od 0,85 do 0,99. Wyniki przedstawiono na odpowiednich wykresach. Z braku miejsca nie przedstawiamy wszystkich 36 otrzymanych wykresów, a jedynie kilka z nich – pozostałe są dostępne u autora.

Tabela 2
Oszacowania współczynników $\bar{\chi}$ ($\hat{\chi}$) i ich odchylenia standardowe – $\sigma(\hat{\chi})$

Para	Górny ogon		Dolny ogon		Para	Górny ogon		Dolny ogon	
	$\bar{\chi}$	$\sigma(\bar{\chi})$	$\bar{\chi}$	$\sigma(\bar{\chi})$		$\bar{\chi}$	$\sigma(\bar{\chi})$	$\bar{\chi}$	$\sigma(\bar{\chi})$
PLN/CZK	1,0704	0,2423	0,9130	0,2239	HUF/RUB	0,3301	0,1557	0,3113	0,1535
PLN/HUF	0,9919	0,2331	0,7320	0,2027	HUF/RON	0,3772	0,2435	0,1589	0,2049
PLN/LTV	-0,0966	0,1057	0,0665	0,1248	HUF/HRK	0,5612	0,3255	-0,3399	0,1376
PLN/UAH	0,3447	0,1574	0,4220	0,1664	LVL/UAH	0,2591	0,1474	0,1903	0,1393
PLN/BGN	0,5076	0,1764	0,9389	0,2269	LVL/BGN	-0,2273	0,0904	-0,1043	0,1041
PLN/RUB	0,2593	0,1474	0,6084	0,1883	LVL/RUB	0,8186	0,2128	0,9056	0,2215
PLN/RON	0,4733	0,2604	0,3973	0,2470	LVL/RON	-0,0848	0,1618	0,1753	0,2046
PLN/HRK	0,1146	0,2324	0,0709	0,2233	LVL/HRK	0,5584	0,3249	0,0990	0,2292
CZK/HUF	1,0479	0,2397	0,7549	0,2054	UAH/BGN	0,2911	0,1511	0,3548	0,1586
CZK/LVL	0,0951	0,1282	0,0947	0,1281	UAH/RUB	0,2879	0,1497	0,3391	0,1567
CZK/UAH	0,5294	0,1790	0,1970	0,1401	UAH/RON	-0,0186	0,1735	0,1132	0,1968
CZK/BGN	0,5993	0,1872	0,9018	0,2226	UAH/HRK	0,4788	0,3083	0,3792	0,2876
CZK/RUB	0,4135	0,1654	0,4442	0,1679	BGH/RUB	0,1388	0,1324	0,3311	0,1558
CZK/RON	0,4761	0,2609	0,1535	0,2039	BGN/RON	0,3282	0,2348	0,4781	0,2613
CZK/HRK	0,2368	0,2579	-0,0685	0,1942	BGN/HRK	0,0719	0,2235	-0,1495	0,1736
HUF/LVL	0,0466	0,1225	0,1278	0,1320	RUB/RON	0,2100	0,2139	0,0952	0,1936
HUF/UAH	0,4187	0,1660	0,1698	0,1369	RUB/HRK	0,1232	0,2342	0,3374	0,2789
HUF/BGN	0,5281	0,1788	0,6684	0,1953	RON/HRK	0,0802	0,2252	-0,0472	0,1945

Źródło: Obliczenia własne

Tabela 3
Oszacowania współczynników χ ($\hat{\chi}$) i ich odchylenia standardowe ($\sigma(\hat{\chi})$)

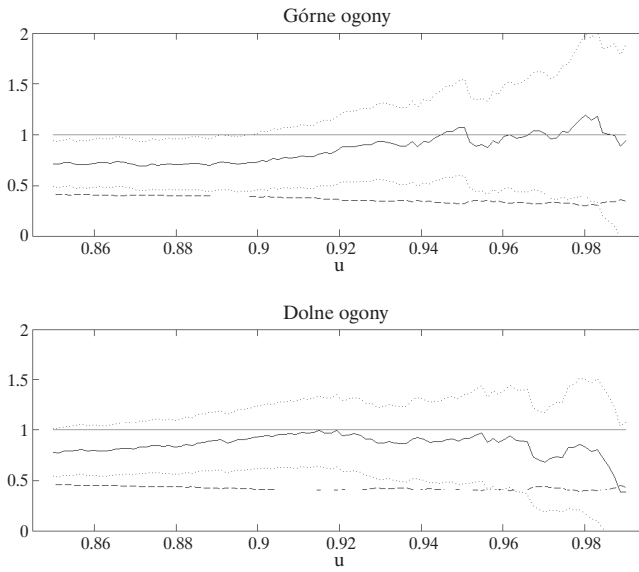
Para	Górny ogon		Dolny ogon	
	$\hat{\chi}$	$\sigma(\hat{\chi})$	$\hat{\chi}$	$\sigma(\hat{\chi})$
PLN/CZK	0,3160	0,0361	0,4071	0,0464
PLN/HUF	0,4211	0,0480	0,4799	0,0547
PLN/BGN	–	–	0,4432	0,0506
CZK/HUF	0,3022	0,0345	0,3806	0,0434
CZK/BGN	–	–	0,2958	0,0338
HUF/BGN	–	–	0,3376	0,0385
HUF/HRK	0,2131	0,0433	–	–
LVL/RUB	0,3552	0,0406	0,3062	0,0345
LVL/HRK	0,2084	0,0424	–	–
UAH/HRK	0,1921	0,0390	–	–

Źródło: Obliczenia własne

Rysunki 1–5 przedstawiają współczynniki zależności ogonowej dla wybranych par walut. Czarna ciągła linia przedstawia wartość estymatora $\hat{\chi}$. Linie kropkowane reprezentują przedział ufności dla współczynnika $\bar{\chi}$ przy poziomie ufności 95% (tj. $\hat{\chi} \pm 1,96 \cdot \sqrt{D^2(\hat{\chi})}$). Czerwona, pozioma linia to 1. Jeśli wyższa z kropkowanych linii znajduje się powyżej tego poziomu, oznacza to, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o asymptotycznej zależności ogonów rozkładów ($|\bar{\chi}|=1$). Linia kreskowana przedstawia wartości estymatora $\hat{\chi}$. Dla każdej pary walut przedstawiono wyniki zarówno dla górnych ogonów (wykresy na górze), jak i dla dolnych (wykresy poniżej).

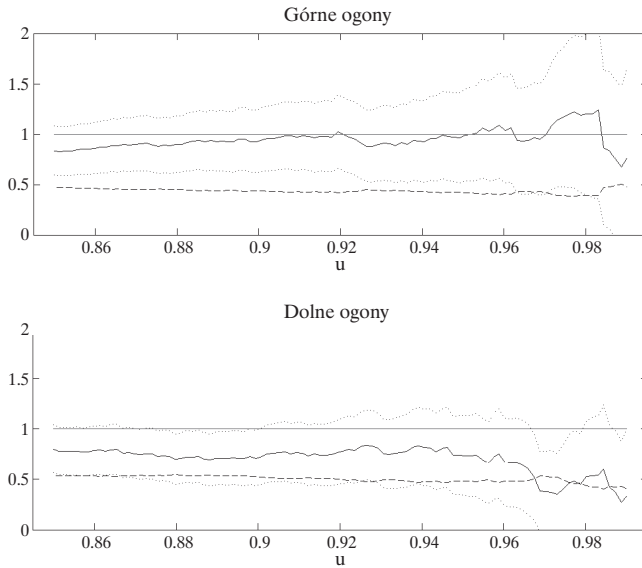
Rysunki 1–3 przedstawiają wyniki obliczeń dla trzech państw grupy wyszechradzkiej. Jak łatwo zauważyć, wniosek o istnieniu zależności w ogonach rozkładów (zarówno górnych, jak i dolnych) jest na ogół odporny na zmianę założonego kwantyla. W prawie wszystkich wykresach górna kropkowana linia prawie wszędzie znajduje się powyżej poziomu 1, co oznacza istnienie zależności. Pewne wątpliwości można mieć jedynie co do dolnych ogonów dla pary PLN/HUF, dla której górny koniec przedziału ufności w większości przypadków jedynie nieznacznie przekracza wartość 1.

Rysunek 1
Współczynniki zależności ogonowej, PLN/CZK



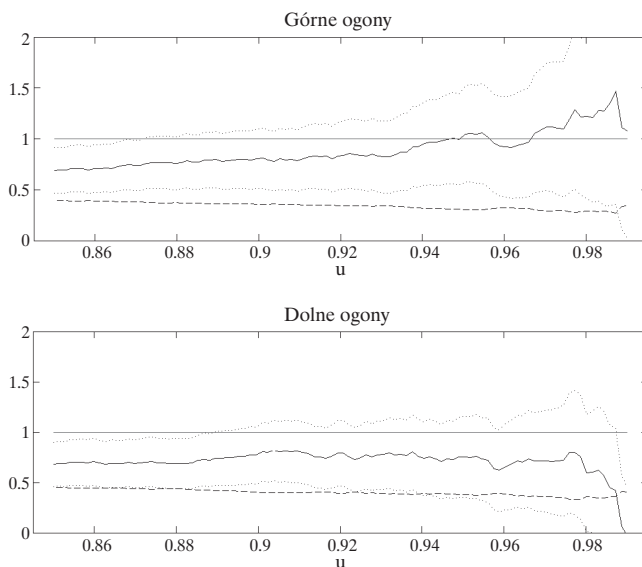
Źródło: Obliczenia własne.

Rysunek 2
Współczynniki zależności ogonowej, PLN/HUF



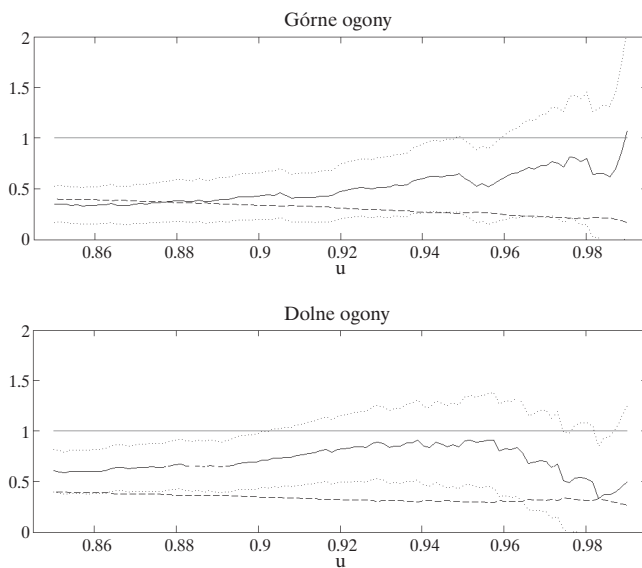
Źródło: Obliczenia własne.

Rysunek 3
Współczynniki zależności ogonowej, CZK/HUF



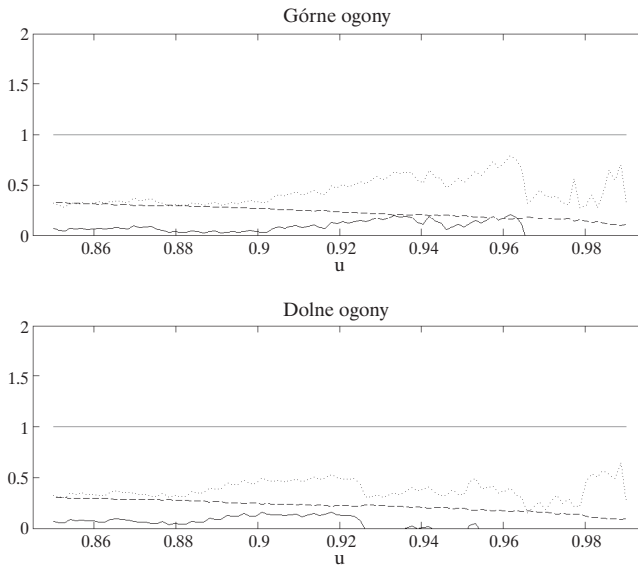
Źródło: Obliczenia własne.

Rysunek 4
Współczynniki zależności ogonowej, CZK/BGN



Źródło: Obliczenia własne.

Rysunek 5
Współczynniki zależności ogonowej, RON/HRK



Źródło: Obliczenia własne.

Rysunek 4 przedstawia wyniki dla pary CZK/BGN (czeska korona i bułgarski lew). Według Tabeli 2, dla kwantyla 0,95 wykryto zależność jedynie dla dolnych ogonów. Jednak Rysunek 4 pokazuje, że zmiana kwantyla spowodowałaby wykrycie zależności także dla górnych ogonów – w okolicach wartości 0,95 linia kropkowana ma niewielkie „obniżenie”.

Rysunek 5 przedstawia wykres dla pary PLN/LTL (polski złoty i litewski lit). W przypadku tej pary nie wykryto żadnych zależności asymptotycznych – ani w górnych, ani w dolnych ogonach. Rysunek 5 pokazuje wyraźnie, że wynik ten jest odporny ze względu na wybór kwantyla.

3. Badanie kierunków przenoszenia wstrząsów

Współczynniki korelacji ogonowej informują jedynie o istnieniu powiązań, ale nie mówią nic na temat przyczynowości. Na ich podstawie nie można wnioskować, czy zmiany jednej zmiennej oddziałują na drugą, czy kierunek oddziaływania jest odwrotny, czy też może istnieje współzależność i zmienne oddziałują wzajemnie na siebie. W literaturze dotyczącej kryzysów finansowych obszernie opisano zjawisko przenoszenia się zmienności – „zarażania” (ang. *contagion*) – polegające na tym, że zwiększona zmienność na jednym rynku („zarażającym”) przenosi się na inny rynek („zarażany”).

Zaproponowano wiele metod testowania przenoszenia zmienności i „zarażania”. Wykorzystywano modele wyboru dyskretnego, modele GARCH, modelowania oparte na łańcuchach Markowa, a także korzystano z testów reakcji na nieprzewidywalne informacje. Przegląd tych metod można znaleźć w artykule [Dungey, Fry, Gonzáles-Hermosillo, 2003]. W tej pracy skorzystamy z modelu ukrytych łańcuchów Markowa oraz z testu reakcji na szoki opisanego w [Sola, Spagnolo, Spagnolo, 2002]. Metoda ta została zaproponowana w [Gallo, Otranto, 2005] do analizy przenoszenia zmienności między rynkami finansowymi różnych krajów. W artykule [Kliber, 2006] wykorzystano ją do analizy przenoszenia zmienności wzdłuż krzywej dochodowości w Polsce.

Niech x_t i y_t oznaczają zmienności kursów dwóch walut. Każdy z tych procesów może znajdować się w jednym z dwóch stanów – w stanie normalnym (niższej zmienności) l , lub w stanie „pobudzonym” (wyższej zmienności) h . Stany te oznaczymy x^h i x^l dla procesu x_t oraz y^h i y^l dla procesu y_t . W każdym stanie zmienna ma rozkład normalny, ale parametry tego rozkładu (wartość oczekiwana i wariancja) zależą od stanu, w jakim zmienna się znajduje. Łącznie możliwe są zatem cztery stany systemu: (x^h, y^h) , (x^h, y^l) , (x^l, y^h) , (x^l, y^l) – ponumerujemy je właśnie w takiej kolejności. Proces zmiany stanów jest łańcuchem Markowa z macierzą przejścia Π . Należy zwrócić uwagę, że stany systemu nie są obserwowalne – można obserwować jedynie realizacje zmiennych x_t i y_t . Przedstawiony model zalicza się zatem do modeli typu ukrytych łańcuchów Markowa (ang. *hidden Markov chains*) lub modeli ze zmianą reżimów (ang. *regime switching*).

Jeżeli zmienność przenosi się z procesu x_t na proces y_t , to proces y_t przyjmuje stan, w jakim x_t znajdował się poprzednio, co oznacza, że macierz przejścia ma postać

$$(14) \quad \Pi = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & 1-p_1 & 0 \\ p_1 & 0 & 1-p_1 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & 1-p_2 \\ 0 & p_2 & 0 & 1-p_2 \end{bmatrix}.$$

Jak łatwo zauważyć taka postać macierzy przejścia oznacza, że jeżeli zmienna x_t była w stanie normalnym, to w następnym okresie zmienna y_t jest w stanie normalnym, natomiast „pobudzony” stan zmiennej x_t przenosi się w następnym okresie na „pobudzony” stan zmiennej y_t .

Do sprawdzania, czy macierz przejścia rzeczywiście ma postać (14) posłużymy się testem ilorazu wiarygodności. Przedstawiony model estymujemy dwukrotnie, posługując się metodą największej wiarygodności. W pierwszej estymacji przyjmujemy, że elementy macierzy przejścia Π mogą przyjmować dowolne wartości, a w drugiej estymacji przyjmujemy macierz przejścia postaci (14), a zatem nakładamy odpowiednie restrykcje na parametry modelu. Oznaczmy przez L i L_* maksymalny logarytm wiarygodności odpowiednio dla modelu bez restrykcji i modelu z restrykcjami. Wiadomo (zob.

np. [Maddala, 2006]), że wielkość $2(L-L_*)$ ma asymptotyczny rozkład χ^2_J , przy czym liczba stopni swobody J jest równa liczbie narzuconych restrykcji, czyli w naszym przypadku 10. Hipotezą zerową w tym teście jest to, że rzeczywiste dane są generowane przez proces odpowiadający modelowi z restrykcjami, natomiast hipotezą alternatywną – że restrykcje są nieuprawnione.

4. Wyniki kierunku transmisji dla walut wybranych krajów Europy Środkowej

Opisanemu powyżej badaniu poddaliśmy kursy czterech walut, dla których dostępne są dane wysokiej częstotliwości. Były to: złoty polski, czeska korona, węgierski forint i rumuński lej. Wykorzystaliśmy notowania dziesięciominutowe od 1 września 2008 do 16 października 2009, czyli za okres obejmujący kryzysy walut w Europie Środkowej. Na podstawie dziesięciominutowych stóp zwrotu obliczono dla każdego dnia zmienność zrealizowaną, zgodnie ze wzorem:

$$(15) \quad RV_t = \sum_{i=1}^n r_{t,i}^2,$$

gdzie $r_{t,i}$ jest i -tą dziesięciominutową stopą zwrotu w dniu t , a n oznacza liczbę śróddziennych stóp zwrotu. Otrzymane dane o zrealizowanej wariancji wykorzystano do estymacji modelu opartego na ukrytych łańcuchach Markowa, a następnie przeprowadzono testy restrykcji. Wyniki badania przedstawia Tabela 4. Znak plus lub minus w odpowiednim polu tabeli oznacza istnienie lub brak przenoszenia zmienności w odpowiednim kierunku. Znak plus oznacza brak podstaw do odrzucenia hipotezy o restrykcjach (14) macierzy przejścia (przy poziomie istotności 0,05 lub 0,10), co oznacza brak podstaw do odrzucenia hipotezy o zarażaniu. Znak minus oznacza konieczność odrzucenia hipotezy o zarażaniu (przy odpowiednim poziomie istotności).

Jak widać z tabeli 4 przy poziomie istotności 0,05 wykryto cztery kierunki transmisji: PLN wpływa na CZK i HUF, zaś CZK i RON wpływają na siebie nawzajem. Te wzajemne wpływy czeskiej korony i rumuńskiego łata najprawdopodobniej są wynikiem przypadkowym, gdyż zwiększając istotność do 0,10 należy odrzucić hipotezę o ich istnieniu. Hipoteza o wpływie polskiego złotego na walutę czeską i węgierską jest odporna na zwiększenie poziomu istotności.

Tabela 4
Wyniki testów przenoszenia zmienności

Kierunek transmisji	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,10$
PLN → CZK	+	+
PLN → HUF	+	+
PLN → RON	-	-
CZK → PLN	-	-
CZK → HUF	-	-
CZK → RON	+	-
HUF → PLN	-	-
HUF → CZK	-	-
HUF → RON	-	-
RON → PLN	-	-
RON → CZK	+	-
RON → HUF	-	-

Źródło: Obliczenia własne

Zakończenie

Otrzymane wyniki sugerują, że w przypadku pewnych par walut występują wyraźne zależności zdarzeń ekstremalnych. Zależności te są silniejsze dla dolnych ogonów (spadków cen walut) niż dla górnych (wzrostów cen). Najsilniejsza jest zależność między PLN a HUF, a w drugiej kolejności – między PLN a CZK. Nie wykryto zależności w ogonach między UAH a pozostałymi walutami (lub zależności te są małe).

Wyniki sugerują też, że byłoby przesadą mówić, że inwestorzy traktują cały region jako pewną całość i „stadnie” wycofują się z inwestycji w waluty krajów regionu. Zależności w ogonach rozkładów odkryto tylko w 14 przypadków z możliwych 72. Niekiedy jednak zależności te są bardzo wyraźne – dotyczy to trójki krajów: Polska, Czechy, Węgry.

Osobną sprawą jest kierunek zależności. Przeprowadzone badania pozwoliły wykryć „transfer” zmienności kursu walutowego od polskiego złotego do czeskiej korony i węgierskiego forinta (a więc w grupie krajów, gdzie wykryto największe zależności ogonowe). Pozwala to zaryzykować tezę, że to właśnie te trzy kraje (Polska, Czechy, Węgry) są traktowane jako pewien jednolity region, przy czym Polska (być może jako kraj największy) jest postrzegana jako lider, przez co sygnały w kursie polskiego złotego przenoszą się na kursy pozostałych dwóch walut.

Bibliografia

1. Coles S., *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer, Londyn 2001.
2. Cont R., Tankov P., *Financial Modelling With Jump Processes*, Chapman&Hall, Londyn 2004.
3. Dungey M., Fry R., Gonzáles-Hermosillo B., Martin V.L., *Empirical Modelling of Contagion: a Review of Methodologies*, IMF Working Paper, WP/04/78, 2003.
4. Gallo G.M., Otranto E., *Volatility Transmission in Financial Markets: A New Approach*, working paper, 2005.
5. Jang J., *Measuring tail dependence for collateral losses using bivariate Lévy processes*, 28th International Congress of Actuaries, Paris 2006.
6. Jondeau E., Poon S.-H., Rockinger M., *Financial Modeling Under Non-Gaussian Distributions*, Springer, Londyn 2007.
7. Kliber A., *Volatility Transmission along the Yield Curve in Polish Financial Market*, artykuł prezentowany na konferencji „Macromodels 2006”, 2006.
8. Ledford A.W., Tawn J.A., *Statistics for near independence in multivariate extreme values*, „Biometrika”, vol. 83, 1996, s. 169–187.
9. Ledford A.W., Tawn J.A., *Modeling dependence within joint tail regions*, „Journal of the Royal Statistical Society B”, vol. 49, 1997, s. 475–499.
10. Maddala G.S., *Ekonometria*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006.
11. Nelsen R.B., *An Introduction to Copulas*, Springer, New York 2006.
12. Poon S.-H., Rockinger M., Tawn J., *Extreme Value Dependence in Financial Markets: Diagnostics, Models and Financial Implications*, „The Review of Financial Studies”, vol. 7, 2004, s. 581–610.
13. Sola M., Spagnolo F., Spagnolo N., *A Test for Volatility Spillovers*, „Economic Letters” 2002, vol. 76, s. 77–84.
14. Quintos C., Fan Z., Phillips P.C.B., *Structural Change Tests in Tail Behaviour and Asian Crisis*, „Review of Economic Studies”, vol. 68, 2001, s. 633–663.

Summary

In the paper we try to analyze the connection in the tail distributions of 11 Central and East European currencies. We aim to check how the current changes in one of these currencies influences other ones. We use tail dependence coefficients to measure this. Then we try to establish the direction of the transition using hidden Markov chain models based on intraday data. We postulate that there are huge interdependences among three countries: Poland, Czech Republic and Hungary with Poland as the leading country.

Keywords: currency crises, contagion, tail dependences